Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 1

№1

Дано:

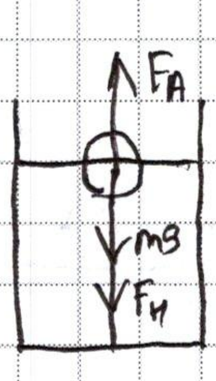
$F_н = 8\ Н$

$\rho_в = 1000\ \frac{кг}{м^3}$

$S_д = 800\ см^2$

$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

Δh - ?



Известно, что льдина, плавающая в баке без нити, при таянии не изменит высоту уровня жидкости, с того момента, когда она плавала в баке целой.

Когда нить удерживает льдину с какой-то силой, значит, что льдина вытесняет еще доп. объем жидкости и сила натяжения нити $F_н = F_A'$ - доп. сила Архимеда $F_A' = \rho_в V' g$ V' - доп. объем погруженной льдины.

Поэтому: $F_н = \rho_в V' g$

$$V' = \frac{F_н}{\rho_в g} = \frac{8}{1000 \cdot 10}$$

$$V' = 8 \cdot 10^{-4}\ м^3$$

$$\Delta h = \frac{V'}{S} = \frac{8 \cdot 10^2\ см^3}{800\ см^2} = 1\ см$$, то льдина вытеснила больший объем, значит при таянии уровень опустился

Ответ: опустится на $\Delta h = 1\ см$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№3

Дано:

$S_m = S_k$

$\rho_k = 1{,}2\,\rho_m = \rho$

$\rho_{ср}$

Дано:

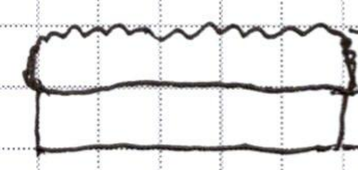
$S_m = S_k$

$d_m = 0{,}85\,d_k$

$\rho_m = 0{,}8\,\rho_k$

$\rho_k = \rho$

$\rho_{ср}$



– один полный корж, пусть тогда коржей будет x.

средняя плотность коржа торта можно найти по формуле:

$$\frac{m_{общ}}{V_{общ}} = \rho_{ср}$$

$$m_{общ} = \rho_m S_m d_m + S_k \rho_k d_k = 0{,}85 d_k \cdot S_k \cdot 0{,}8 \rho_k + \rho_k S_k d_k = 1{,}68 \rho_k S_k d_k$$

$$V_{общ} = S_k d_k + S_m d_m = S_k d_k + S_k \cdot 0{,}85 d_k = 1{,}85 S_k d_k$$

$$\rho_{ср} = \frac{(1{,}68 S_k d_k \rho_k) \cdot x}{(1{,}85 S_k d_k) \cdot x}$$

$$\rho_{ср} = 0{,}8\,\rho_k = 0{,}8\,\rho$$

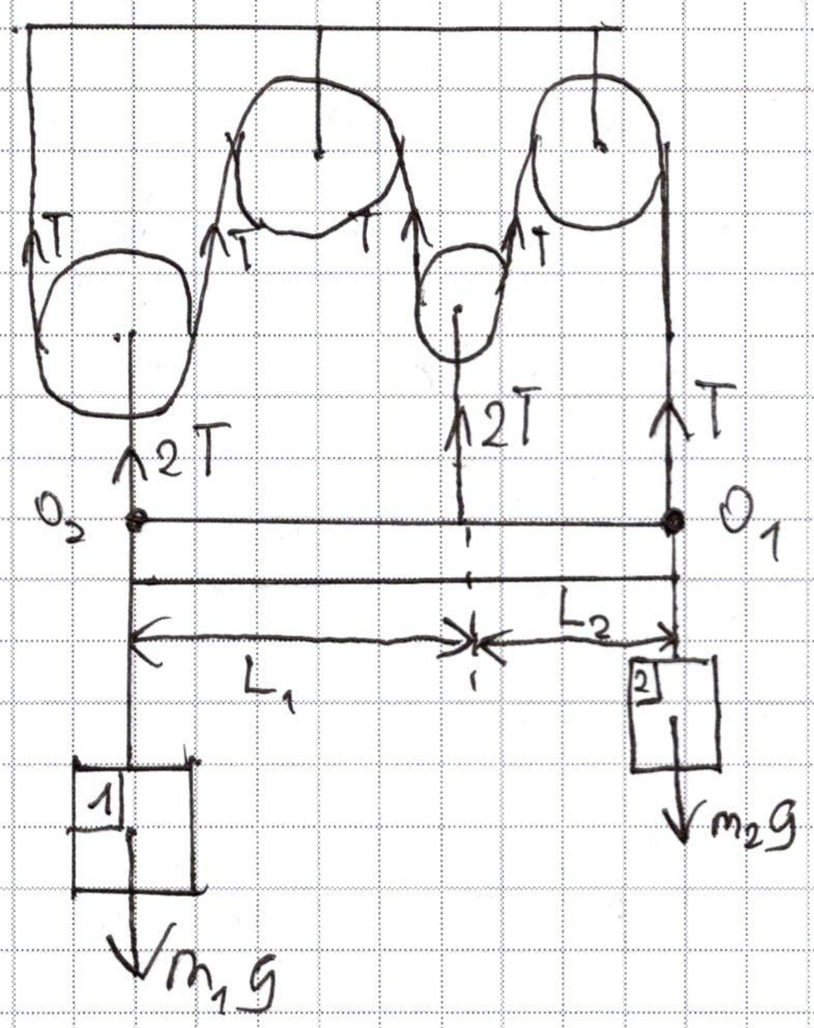
Ответ: $\rho_{ср} = 0{,}8\,\rho$

№4

Дано:

L_1; L_2

$\frac{m_1}{m_2}$



Запишем правило моментов отн. точки O_1.

$$m_1 g (L_1 + L_2) = 2T(L_1 + L_2) + 2T \cdot L_2$$

перепишем правило моментов отн. точки O_2

$$m_2 g (L_1 + L_2) = T(L_1 + L_2) + 2T \cdot L_1$$

разделим первое уравнение на второе

$$\frac{m_1 g (L_1 + L_2)}{m_2 g (L_1 + L_2)} = \frac{2T(L_1 + L_2) + 2TL_2}{T(L_1 + L_2) + 2L_1}$$

(продолжение решения на след. листе.

olymp.bmstu.ru

№4 (продолжение)

получаем уравнение:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2T(L_1+L_2)+2TL_2}{T(L_1+L_2)+2L_1}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2T(L_1+L_2+L_2)}{2T(0,5(L_1+L_2)+L_1)}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{L_1+2L_2}{1,5L_1+L_2}$$

ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{L_1+2L_2}{1,5L_1+L_2}$

№5

Дано:

$m_{ст} = 0,9$ кг

$C_л = 400 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$C_{ст} = 500 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

график

$P_{нагр}$; $m_{нагр}$

Рассмотрим временной промежуток от 0 до 30 сек.

$\Delta t = t_к - t_н$

- $\Delta t = 50 - 20 = 30°C$ – изменение температуры куска стали

$\Delta \tau = \tau_к - \tau_н$

- $\Delta \tau = 30 - 0 = 30$ сек. – временной промежуток нагрева.

$P_{нагр} = \frac{Q}{\Delta \tau}$ $\quad Q = cm\Delta t$

$P_{нагр} = \frac{cm\Delta t}{\Delta \tau} = \frac{C_{ст} m_{ст} \Delta t}{\Delta \tau} = \frac{0,9 \cdot 500 \cdot 30}{30} = 450$ Вт

теперь рассмотрим промежуток времени на графике от 45 до 30 с.

- $\Delta t' = 50 - 25 = 25°C$ – изменение температуры слитка.
- $\Delta \tau' = 30 - 45 = 45$ с – временной промежуток нагрева слитка.

(продолжение решения см. на обороте)

№5 (продолжение)

теперь запишем уравнение теплового равновесия и найдем массу спирали.

$$P_{нач} \cdot \Delta\tau' = Q'$$

$$Q' = \Delta t' (m_{ст} c_{ст} + m_{нам} c_{нам})$$

$$P_{нач} \Delta\tau' = \Delta t' (m_{ст} c_{ст} + m_{нам} c_{нам})$$

$$\frac{\frac{P_{нач} \Delta\tau'}{\Delta t'} - m_{ст} c_{ст}}{c_{нам}} = m_{нам}$$

$$m_{нам} = \frac{\frac{450 \cdot 45}{25} - 500 \cdot 0{,}9}{400}$$

$$m_{нам} = 0{,}8 \text{ кг}$$

Ответ: $P_{нач} = 450$ Вт; $m_{нам} = 0{,}8$ кг.

№2

Дано:

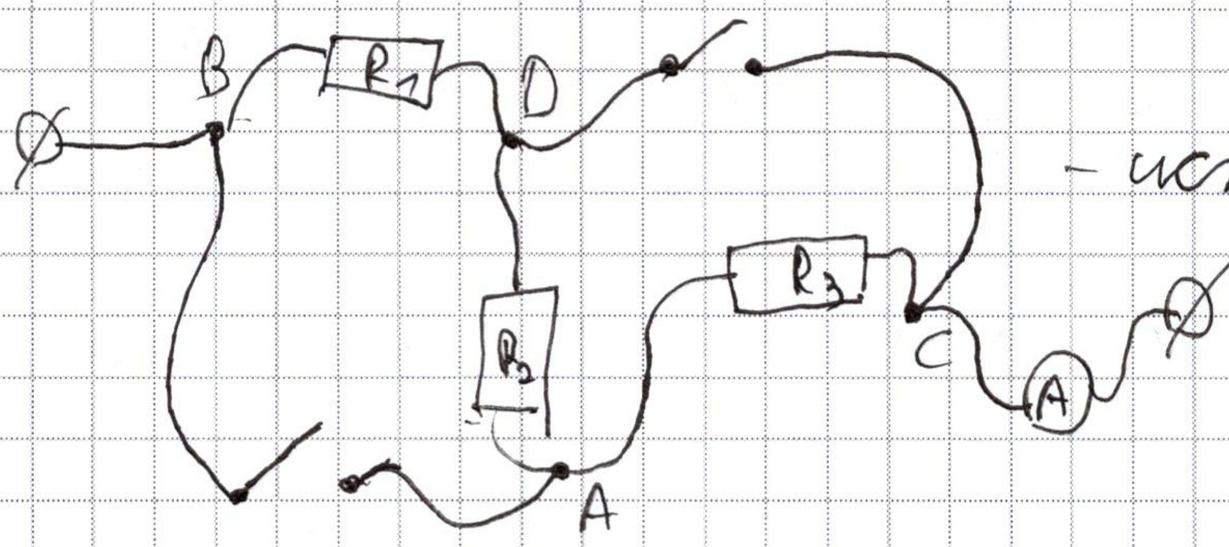
$I_1 = 3$ А

$I_2 = 30$ А

$\frac{R_1}{R_2} = 0{,}5$

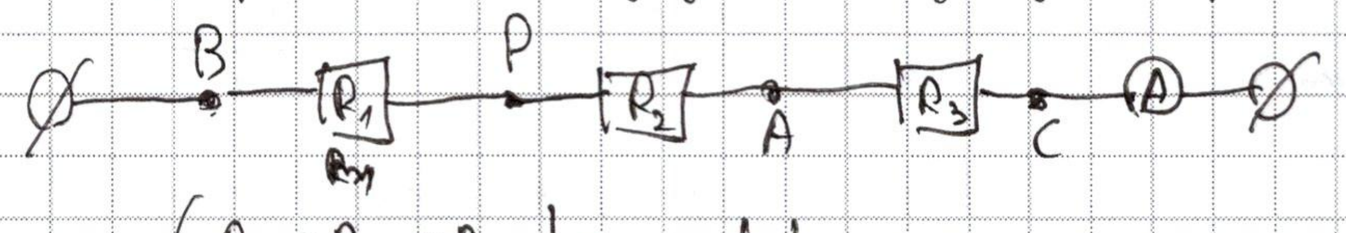
схема

$I_3 - ?$



– исходная схема,

перечертим исходную схему для первого случая!



$(R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_1 = U$

тогда

$\frac{R_1}{R_2} = 0{,}5$ пусть: $R_1 = R$, тогда

$R_2 = 2R$

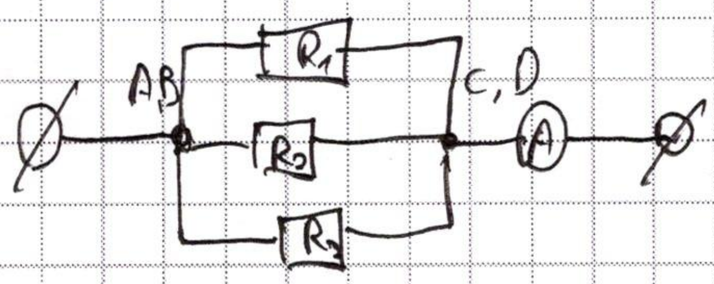
$(R_3 + 3R) \cdot I_1 = U$

(прод. решения на след. листе)

olymp.bmstu.ru

№2 (продолжение)

теперь перерисуем схему для случая 2. т.к K_1 и K_2 замкнуты, то провода не имеют сопротивления по условию, то точка A перейдет в B точке C и D.



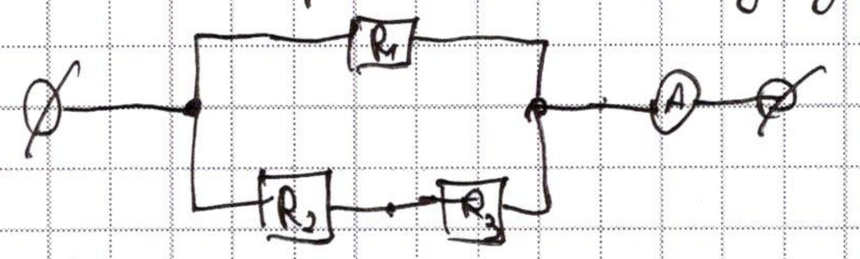
Запишем закон Ома для всего участка цепи.

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_э}$$

$$R_э = \frac{2RR_3}{3R_3+2R}$$

$$\Rightarrow \frac{2RR_3}{3R_3+2R} \cdot I_2 = V$$

и нарисуем схему для случая 3.



Закон Ома для 3 случая.

$2RR_3$

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{2R+R_3} = \frac{1}{R_э}$$

$$\frac{(2R+R_3)R}{3R+R_3} \cdot I_3 = V$$

и по уравнению находим I_3

$I_3 = 15$ А

Ответ: $I_3 = 15$ А.

№6

Дано:

$P_г = \frac{375}{10000}$

$P_в = \frac{1}{10000}$

$P_п = \frac{1}{100000}$

$m_i = 0,1 m_{об}$

$\rho_к = 800 \frac{кг}{м^3}$

$\rho_{ал} = 2700 \frac{кг}{м^3}$

$n_г - ?$

$V'(\%_0)$

т.к. мы имеем дело с независимыми друг от друга вероятностями, то общая вер.-ть произведение

$P_г \cdot P_в \cdot P_п = \frac{375}{10^{13}}$

$P_г$ - вер. годящей частицы

$P_в$ - вер. восстановления

$P_п$ - вер. потери.

Значит n - наиб. возм. кол. частиц!

$n = 1/P_г$

$n = \frac{10^{13}}{375} \approx 10^{10}$ частиц.

~~[illegible]~~ $0,1 m_{об} \Rightarrow 0,1 V_{об}$.

~~[illegible]~~ $\frac{\rho_{ал}}{\rho_к} = K = \frac{2700}{800} = 3,375$.

$\Delta V = \frac{0,1 V_{об}}{K} = 0,0296 V_{об} \Rightarrow$

на $\approx 3\%$ ↓

$\Delta V \approx 3\%$

Ответ: $n \approx 10^{10}$ частиц.

ΔV - уменьшилась на $\approx 3\%$

